Truc mnémotechnique pour ne pas avoir à apprendre par cœur les théorèmes permettant de calculer une dérivée.

ATTENTION : ce n'est valide mathématiquement

On imagine un groupe de nombres (dits négligeables) tellement proches de 0 qu'on peut les voir, mais, on confond systématiquement leur produit d'au moins 2 d'entre eux avec 0.

Dans ce cas, pour toutes les fonctions usuelles f dérivables en a, on a que pour tous ε qui est négligeable, $f(a+\varepsilon) = f(a) + f'(a)$ fois ε

A la demande d'OC, nous allons calculer la dérivée de $f : x \rightarrow x^2$

On prend ε négligeable, puis on écrit :

$(x+\varepsilon)^2 = x^2 + 2x\varepsilon + \varepsilon^2 == x^2+2x\varepsilon+0=x^2+2x\varepsilon$

La dérivée de f est donc $x \rightarrow 2x$

A la demande de CH nous allons calculer la dérivée de $f : x \rightarrow 7x^2+3x-2$

$f(x+\varepsilon) = 7(x+\varepsilon)^2 + 3(x+\varepsilon) - 2 = 7x^2+14x\varepsilon+7\varepsilon^2 + 3x+3\varepsilon-2$

$7x^2+3x-2 + 14x\varepsilon+3\varepsilon+7\varepsilon^2 == f(x) + (14x+3)\varepsilon$

La dérivée de f est $x \rightarrow 14x + 3$

A la demande de CH nous allons calculer la dérivée de $f : x \rightarrow x^3$

$(x+\varepsilon)(x+\varepsilon)(x+\varepsilon) = xxx + 3xx\varepsilon + 3\varepsilon\varepsilon x + \varepsilon\varepsilon\varepsilon$

$== x^3 + 3x^2\varepsilon + 0$

$= x^3 + 3x^2\varepsilon$

La dérivée de f est $x \rightarrow 3x^2$

Dans les exemples, on abrège par X la fonction identité et les nombres désignent les fonctions contantes sous-jacentes.

Dans les exemples, on abrège par X la fonction identité et les nombres désignent les fonctions contantes sous-jacentes.

A la demande de YH nous allons calculer la dérivée de $f : x \rightarrow 1/x$

$1/(x+\varepsilon) = 1/x + 1/(x+\varepsilon) - 1/x = 1/x + (-\varepsilon / (x^2 + \varepsilon x))$

$= (1/x) + ((-\varepsilon^2) / (\varepsilon x^2+\varepsilon^2 x)) == (1/x) + (-\varepsilon^2) / (\varepsilon x^2)$

$= (1/x) + (-1/x^2)\varepsilon$

La dérivée de f est $x \rightarrow -(1/x^2)$

Dans les exemples, on abrège par X la fonction identité et les nombres désignent les fonctions contantes sous-jacentes.

Théorèmes admis permettant de calculer les dérivées des fonctions les plus courantes

fonction	Sa dérivée
$f+g$	$f'+g'$
$f \times g$	$f'g + g'f$
(f/g)	$(f'g-g'f)/g^2$
$x \rightarrow ax+b$	$x \rightarrow a$
f^n	n fois f' fois f^{n-1}
exp	exp
ln	$x \rightarrow 1/x$
af	a fois f'
$f \circ g$	g' fois $(f' \circ g)$
X^a	$aX^{(a-1)}$

Valant pour toutes fonctions aux ensembles de définition près f,g, tous nombres a,b,n

En bleu les nouveautés de Terminale.

<<f o g>> abrège <<$x \rightarrow f(g(x))$>>

Dans les exemples, on abrège par X la fonction identité et les nombres désignent les fonctions contantes sous-jacentes.

Dans les exemples, on abrège par X la fonction identité et les nombres désignent les fonctions constantes sous-jacentes.

Exemple : $(X+3)\ (5) = 8$;

$(X^2+5X-7)\ (10) = 143$

Du coup, sans fautivité, on peut écrire :

$(X^2 + 50X)' = (X^2)' + (50X)' = 2X + 50$

$[\ (7X^2+3) / (6+X)\ ]' =$

$(\ (14X)(6+X) - 1$ fois $(7X^2+3)\ ) / (6+X)^2 =$

simplification souvent ratée par lycéens

Dans la suite, a,b,c, sont des nombres

Dériver la fonction $f : x \rightarrow a/x$

$f'(x) = -a/x^2$

Dériver $f : x \rightarrow (x^2+3x+5)^{55}$

Rappel ; pour toute fonction f, nombre :

$a(f^a)' = a$ fois f' fois f^{a-1}

$f'(r) = 55$ fois $(2r+3)$ fois $(r^2+3r+5)^{54}$

Dériver la fonction f := (7X²+9X + 78)

f ' = 14X + 9

La dérivée de X^{107} est ?

107 fois X' fois X^{106} =

107 fois 1 fois X^{106} =107 fois X^{106}

Dériver f : x→(3ax + 5)² / (x^a)

Pour tout w, f ' (w) =

$$\frac{6a(3aw+5)^1 \text{ fois } w^a - aw^{a-1(3aw+5)^2}}{(w^a)^2}$$

<u>Exercice :</u> *prouver la formule « (f/g)' = machin » à partir des autres.*

Défi tarifé à 20 à un des DST au choix.

Rappel : (f+g)' =f'+g' ; (fg)' = f'g + g'f ; (Constante a)'= Constante 0 , X'=1, (af)' = a fois (f')

Appelons h la fonction f/g.

Alors hg = f

Alors h'g + g'h = f'

Alors h' = (f'- g'h) / g = (f' g - g'f) / g²

Même séance en 1es4

Dériver la fonction

X² + 3X + 5

(X²+3X+5)' =

(X²)' + (3X)' + (x→5)' =

2X + 3 (X') + (x→0) =

2X + 3 + 0 = 2X+3

fonction	Sa dérivée
f+g	f'+g'
f × g	f' g + g'f
(f/g)	(f'g-g'f)/g²
x→ax+b	x→a
f^n	n fois f' fois f^{n-1}
exp	exp
ln	x→1/x
af	a fois f '
f o g	g' fois (f ' o g)
X^a	$aX^{(a-1)}$