

Im-et-Ker

101. — Bernard Randé & Franck Taïeb. *Les clefs pour l'X*
102. — Roger Mansuy & Bernard Randé. *Les clefs pour l'X (2)*
103. — Françoise Fontanez & Bernard Randé. *Les clefs pour les Mines*
104. — Hervé Gianella, Romain Krust, Franck Taïeb & Nicolas Tosel. *Problèmes clefs pour mathématiques supérieures*
105. — Roger Mansuy & Bernard Randé. *Les clefs pour la PSI et la PSI**
107. — Philippe Gallic & Jean-Louis Grappin. *Les clefs pour les Hautes Études Commerciales*
108. — Jean-Denis Eiden. *Le jardin d'Eiden. Une année de colles en MP**
109. — Maxime Zavidovique. *Un Max de Maths*
110. — Jérôme Gärtner. *Mathématiques pour la voie économique et commerciale*
111. — Thierry Meyre. *Probabilités. Cours et exercices corrigés (1)*
113. — Quentin Guignard, Bernard Randé. *Les clefs pour l'oral MP de mathématiques, ENS-X (session 2015)*
115. — Ismael Belghiti, Roger Mansuy et Jill-Jênn Vie. *Les clefs pour l'Info*
116. — Bernard Randé. *Les nouvelles clefs pour les Mines-CCP (tome I). Oral MP, 2015-16*
117. — Georges Skandalis. *Agrégation interne. Algèbre générale, algèbre linéaire et un peu de géométrie*
118. — Jean-Louis Roque. *Florilège d'exercices de l'oral d'HEC*
121. — Georges Skandalis. *Agrégation interne. Analyse*
122. — Thomas Blomme, Louise Gassot, Quentin Guignard, Bernard Randé. *Les clefs pour l'oral MP de mathématiques, ENS-X (2016-2017)*
123. — Éric Kouris. *Une année de colles en MPSI (nouvelle édition)*
124. — Thierry Meyre. *Probabilités. Cours et exercices corrigés (2)*
125. — Philippe Caldero et Marie Peronnier. *Carnet de voyage en Algérie*
126. — Bernard Randé. *Les clefs pour l'oral MP, mathématiques, ENS-X (session 2018)*

Mohamed Amine Ben Boubaker

L'indispensable en analyse pour les Spé MP et MP*

Concours Mines-Centrale-X



Calvage & Mounet



MOHAMED AMINE BEN BOUBAKER est professeur agrégé et docteur en mathématiques. Il est actuellement professeur en classe préparatoire à l'Institut préparatoire aux études d'ingénieur de Nabeul (IPEIN).

∞ Imprimé sur papier permanent

© Calvage & Mounet, Paris, 2020

ISBN 978-2-916352-80-0



*À mes parents, ma famille,
mes professeurs qui m'ont fait découvrir
le plaisir des mathématiques.*

Préface

Vous tenez entre vos mains un livre d'exercices et de problèmes de mathématiques unique en son genre ; il est élaboré pour assurer une préparation complète à l'épreuve d'analyse pour les concours des classes préparatoires. Son but est d'assister les étudiants, non seulement pour assimiler les nouvelles propositions et théorèmes rencontrés dans les différents chapitres, mais aussi pour les rendre capables de résoudre des problèmes avancés. Ceci se fait à travers de multiples exercices de difficulté progressive et de nombreux problèmes, dont la majorité sont extraits de concours, afin que l'étudiant se mette assez tôt dans l'ambiance véritable du concours. Une autre caractéristique de ce livre est qu'il n'est pas destiné à un concours spécifique. Il sera d'une grande utilité pour réussir l'épreuve d'analyse pour tous les étudiants des classes préparatoires scientifiques.

En pratique, l'étudiant trouvera dans chaque chapitre ce qui suit.

- ▷ Avant de commencer les exercices, un résumé de cours regroupe les différentes propositions et autres théorèmes qui sont illustrés par des exemples élémentaires et contient en même temps des remarques méthodologiques qui, pour une situation donnée, offrent une ou deux possibilités d'approche de la résolution d'un problème.
- ▷ De nombreux exercices simples, qui représentent une application directe de l'usage des propositions et théorèmes. À travers ces exercices, l'étudiant assimilera les nouveaux concepts rencontrés.
- ▷ Des exercices complexes, nécessitant plus de réflexion, incorporant tous les points du chapitre, dont la pratique régulière permettra d'accumuler une expérience en termes de méthodologie de résolution.
- ▷ Une fois les différentes notions du chapitre maîtrisées, une sélection de problèmes destinée à s'entraîner et approfondir sa compréhension et ainsi fortifier ses compétences.
- ▷ Une correction claire et détaillée de chaque exercice et problème dont l'objectif est, non pas de simplement donner une solution, mais de faire en sorte que les méthodes employées pour la résolution puissent être

réutilisées par l'étudiant dans des situations proches, lui permettant ainsi d'être sur la bonne voie pour l'assimilation des techniques de résolution et de rédaction.

Je tiens à remercier les éditions Calvage et Mounet pour le soin méticuleux qu'elles apportent à leur activité. J'exprime par ailleurs ma reconnaissance à Éric Kouris pour sa lecture et ses conseils précieux, qui ont permis d'améliorer le contenu et la présentation de ce livre. Je remercie enfin mes chers collègues et amis qui ont consacré du temps à relire des parties du manuscrit.

Mohamed Amine Ben Boubaker

Table des matières

1. Intégrales généralisées	1
2. Séries numériques	53
3. Espaces vectoriels normés	145
4. Suites et séries de fonctions	243
5. Convergence dominée et intégrales à paramètre	357
6. Séries entières	477
7. Espaces probabilisés et variables aléatoires discrètes	549
8. Équations différentielles linéaires	683
Index	739