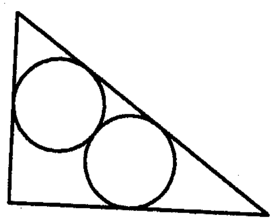
5 - 3　三角形の中に図形を容(い)れる問題

算額の問題では、円や直角三角形がその題材としてよく使われる。とくに、直角三角形のことを「勾股弦(こうこげん)」とよんでいた。それは直角三角形において、直角をはさむ2辺のうち、短い方の辺を縦にとりこれを勾(こう)とよび、長い方の辺を股(こ)、斜辺は弦(げん)とよんでいたためである。これは、紀元前後頃成立したといわれる『九章算術(きゅうしょうさんじゅつ)』にでてくる。

ここでは、三角形の中に円や四角形などを入れた問題を紹介しよう。

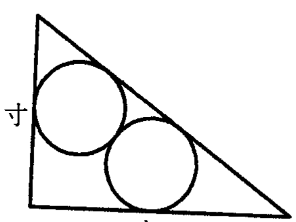
現代、ピタゴラスの定理（三平方の定理）は、江戸時代の和算家たちも知っており、勾股弦とよんでいた。

(1)　岡山県熊山町　八幡和気神社の算額

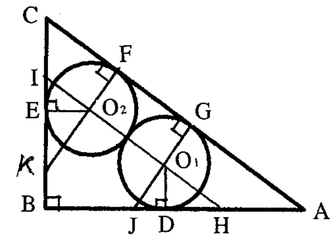


今釣股弦釣三寸股四寸内ニ如
図等円ヲ二ツ入円径ヲ問
答曰
術曰釣股相乗二段之相和寸ニ
テ除之弦ヲ乗勺殳ノ和寸ニテ
除シテ合問

問　題　いま、縦の長さが3寸、横の長さが4寸の直角三角形の内部に、図のように等円を2個入れるとき、等円の直径を求めよ。



現代的解　等円の半径を r とする。図のような直角三角形 ABC において、辺 AB、BC、AC と等円 O_1、O_2 との接点をそれぞれ D、E、F、G とする。直線 O_1O_2 と辺 AB、BC との交点をそれぞれ H、I とし、直線 GO_1、FO_2 と辺 AB、BC との交点をそれぞれ J、K とする。



直角三角形 $O_2EI \backsim$ 直角三角形 ABC であるから、

$IE : O_2E = 3 : 4$ より、$IE = \frac{3}{4}O_2E = \frac{3}{4}r$

また、直角三角形 O_1DJ と直角三角形 O_2EI について

$O_1D = O_2E$

$\angle JO_1D = \angle IO_2E$

$\angle O_1DJ = \angle O_2EI = 90^\circ$

1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

直角三角形 $O_1DJ \equiv$ 直角三角形 O_2EI……①

よって、$JD = IE = \frac{3}{4}r$

ここで、$AD = AG = x$　とすると

直角三角形 AGJ において、$AG : AJ = x : \left(x + \frac{3}{4}r\right) = 4 : 5$

よって、$x = 3r$

また、直角三角形 HDO_1∽直角三角形 ABC であるから、

$DH : O_1D = 4 : 3$　より、$DH = \frac{4}{3}O_1D = \frac{4}{3}r$

①と同様にして、直角三角形 O_1DH≡直角三角形 O_2EK だから、
ここで、$CF = CE = y$ とすると

直角三角形 CFK において、$FC : CK = y : \left(y + \frac{4}{3}r\right) = 3 : 5$

よって、$y = 2r$

$FG = 2r$ であるから、$AC = AG + GF + FC = x + 2r + y$

$$= 3r + 2r + 2r = 7r$$

ここで、$AC = 5$ 寸 であるから、

$$7r = 5$$

よって、$r = \frac{5}{7}$

ゆえに、求める等円の直径は $2r = 2 \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{7}$（寸）……（答）

(2)　岐阜県郡上郡八幡町　八幡神社の算額

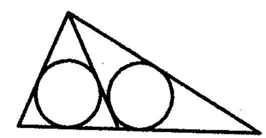
美濃太田から長良川沿いの美しい山を眺めながら長良川鉄道に揺られること 1 時間と余分、郡上踊りで有名な郡上八幡に到着する。

宝暦 5 年（1755）、郡上の立百姓を中心とした一揆は、老中酒井忠寄（ただより）の江戸城大手門における直訴で有名である。

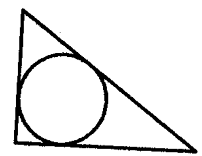
この地の八幡神社（正式名称は小野八幡神社）に算額がある。この算額は嘉永 3 年（1850）高木允胤の門人で神谷直縄と宮川孟弼の 2 人が奉納したもので、4 問の問題からなる。その中から、写真に向かって右側の 2 題をあげる。2 題とも神谷直縄が作った問題である。

【和算の館】より

その 1



その 2



奉懸算題

今有如図三斜之内隔界斜容二円各径等只云
中斜二百五十七寸小斜六十八寸界斜四十
零寸問大斜幾何

答曰大斜三百一十五寸

術曰置中斜加小斜自乗之而得数之内減界
斜巾四段平方開之得大斜合問

又有鈎股之内容円只云鈎股之和一十七寸
又云鈎股円径各再乗巾相併為実以弦円径
之差除之得数二百一十三寸問弦若干

答曰弦一十三寸

術曰置只云数自乗之而三之内減又云数二段
平方開之商以減只云数三段余得弦合問

右

神谷直縄