$\boxed{D = -52 = -4 \times 13}$ $\qquad -4\times13.\text{pdf}$

$\chi_{-52}(m) = \chi_{-4}(m)\,\chi_{13}(m)$ mais on ne voit pas assez dans ce qui suit l'intervention de χ_{-4}, χ_{13}. La réponse générale pour un discriminant quadratique fondamental, quadratiquement décomposé en $D = D_1 \dots D_k$, est que les valeurs de $(\mathbb{Z}/D\mathbb{Z})^\times$ prises par les formes quadratiques de discriminant D sont les classes de $\operatorname{Ker}\chi_D$ modulo $\bigcap_{i=1}^{k} \operatorname{Ker}\chi_{D_i}$ (à suivre : Baby Class Field Theory)

Ici deux formes quadratiques réduites

$$\boxed{\begin{aligned} q_0 &= x^2 + 13y^2 \\ q_1 &= 2x^2 + 2xy + 7y^2 \end{aligned}}$$

On cherche des renseignements sur les valeurs dans $(\mathbb{Z}/52\mathbb{Z})^\times$ prises par $q_0(x,y)$ et $q_1(x,y)$

<u>Valeurs modulo 13</u> : q_0 prend les valeurs des <u>carrés mod 13</u> $\quad q_0(x,y) = x^2 \bmod 13$

Quant à q_1 : $2X^2 + 2X + 7$ a un discriminant nul mod 13

donc une racine double $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-2}{2\cdot2} = \dfrac{-1}{2} = -7 \qquad 2\cdot7 = 1 \quad 2^{-1} = 7 \bmod 13$

$2X^2 + 2X + 7 = 2(X+7)^2 \bmod 13$

$2x^2 + 2xy + 7y^2 = 2(x+7y)^2 \bmod 13$ car 2 non carré mod 13 $\qquad$ <u>non carrés mod 13</u> $\quad 2^6 \equiv -1\ (13)$

<u>Valeurs modulo 4</u>

- $q_0(x,y) = x^2 + 13y^2 \underset{\text{mod } 4}{=} x^2 + y^2 = 0, 1, 2 \bmod 4$; si impair $\equiv 1\ (4)$
- $q_1(x,y) = 2x^2 + 2xy + 7y^2 \underset{\text{mod } 4}{=} 2x^2 + 2xy - y^2 \underset{\text{mod } 4}{=} -\left[y^2 + 2xy + 2x^2\right]$
  $= -\left[(x+y)^2 + x^2\right]$
  $= -$ (somme de 2 carrés mod 4)

  si impair $\equiv -1\ (4)$

<u>BILAN</u> les valeurs premières à $D = -52$ prises par q_0, q_1 sont dans :

q_0 : carré mod 13, $\equiv 1\ (4)$ $\qquad$ q_1 : non carré mod 13, $\equiv -1\ (4)$ $\qquad$ (contenues dans $\operatorname{Ker}\chi_{-52}$)