# 1 Introduction

Afin de me forcer à ne pas mettre de couleurs, je tape le post en latex, mais en plus, je le mets dans un fichier. Résumé de la polémique: je disais que sur le fond, les contenus non calculatoires CPGE-L1-L3 qui servent ensuite de lemmes sans cesse utilisés dans la thématique appelée "<analyse"> en prépa et premier cycle tiennent en quelques dizaines de lignes et se transmettent en un après-midi au langage près, ce qui signifie qu'il suffit de signaler quelle route prendre en quelques endroits du paysage mathématique concerné pour que tout auditeur **qui parle le langage mathématique** trouve évident la totalité du corpus (sans avoir à lire ou à travailler je ne sais quelles usines à gaz de plusieurs de pages, manuels, ou autre, sans parler de faire ce que souvent les gens appellent "<des exercices d'entrainement">.

Ce point est connu mais pudiquement caché. La raison en est que les professionnels qui doivent adouber ou rejeter cette annonce ont peur de se faire requalifier en linguistes ou en enseignant de grammaire, et donc dévaloriser. Cette triste situation sociologique conduit même des personnes lucides et exertes à parfois, à leur corps défendant, faire le jeu de leur pire ennemi, le pédagogisme, qui est un mouvement maintenant connu, qui a réussi à bannir les maths du secondaire et, alors même que peut-être, il n'en espérait pas tant, bientôt les bannir du supérieur.

Rappelons-le, les maths sont infiniment difficiles, et il ne s'agit pas ici de dire qu'elles sont faciles. Les difficultés sont de nature très variées. Un chinois à qui on demande "<quelle est la couleur du cheval blanc d'Henri4" ne saura pas répondre et pourtant il aura peut-être un jour un prix Nobel de physique. C'est juste qu'il ne parle pas français.

Personne n'aurait l'idée saugrenue de prononcer un slogan comme le suivant: *le langage, la règle du jeu, ne s'apprend pas comme ça, ex nihilo. C'est un apprentissage progressif qui accompagne tout au long de son cursus l'étudiant, voire même, on peut en quelque sorte dire, et beaucoup de politiques auto-déclarés compétents en maths le disent, que le parler de la langue arrive à la fin quand tout est harmonieux dans la pensée de l'étudiant* s'il s'agissait de commenter le processus de progrès des joueurs inscrit dans un club d'échecs. Par contre, cette idée folle, formulée insidieusement de manière modérée, a été brandies tout au long de l'histoire de l'enseignement des maths pour en exclure les élèves qui ne devineraient pas par eux-mêmes les conventions et règles du jeu.

Le pédagogisme (à travers ses slogans "<donner du sens, fournir de nombreux exemples et applications, faire des images concrètes, faire manipuler l'enfant, passer du particulier au général) a récupéré opportunément ce slogan comme arme ultra-efficace car meu niée à cause de l'apparence de la sagesse. Imaginerait-on des joueurs d'un club d'échecs apprendre seulement au bout de 15 ans de pratique que le fou se déplace en diagonale? Non. Bin, en maths, c'est bel et bien ce qui est diffusé ou défendu par des personnes ou bien qui savent ce qu'elles veulent (les militants du pédagogisme) ou bien qui répondent trop vite et sans réfléchir à la position adverse (parfois en évoquant à tort, l'évènement non significatif de l'essai avorté des maths modernes il y a ... 60ans. (Rappelons qu'on est actuellement à l'opposé complet depuis plus de 33ans: plus de démonstrations en cours de maths, que du concret, "<on joue avec des triangles en classe" comme devise, interdiction de toute rigueur, que de l'intuitif, du vivant, des exemples sexy, etc. Pour le résultat que l'on sait: crash total)

Mon affirmation est que la thématique de l'analyse non calculatoire (je ne parle pas du calcul intégral ou des développements limités qui conceptuellement n'attendent pas de nouveauté particulière par rpport à des attendus de classe de sixième (c'est du calcul)) est un prétexte, non avoué, pour les enseignants immédiatement post-bac (mathsup, mathspé L1-L3) de former les étudiants **au langage mathématique** (ce qui n'a strictement rien à voir avec les former "<aux maths">, ce qui ne veut d'ailleurs pas dire grand-chose, il y a de nombreuses spécialités, mais les gens peuvent se parler, s'ils disposent d'une langue)

J'ai rencontré une forte agressivité (en même temps, c'esdt le mois d'Aout et c'est superficiel) en rappelant cette chose connue. Beaucou de matheux "<voudraient"> qu'il faillent des compétences de fond pour trouver évident le théorème de Heine ou celui des accroissement finis, sans parler du TVI, de la borne atteinte, etc. est-ce concscient ce désir, je ne sais pas. Ont-ils peiné parce qu'eux comme leurs élèves "<ont eu à taffer 20heures"> ces sujets comme un chinois devrait travailler 20heures sur un article du parisien qui lui tient à coeur et qui annonce une banalité? Je ne sais pas. Toujours est-il que la volonté de vouloir fondre la grammaire et les maths est une tendance constante de la plupart des professionnels et qu'elle bloque toute chance de vaincre le pédagogisme du fait même de ceux qui pourtant déplorent souvent le plus la catastrophe qu'il a provoqué.

Je termine en disant qu'en ne disant pas les choses franchement, on s'enfonce et se fait manger par les opposants aux maths. En ne disant pas qu'ils enseignent de la grammaire à forte dose en CPGE, les profs de CPGE se feront (c'est déjà bien entamé) manger comme l'ont été les profs du secondaire par la vague, "<les maths c'est que pour les passionés, aux autres on raconte les choses non mathématiques qui ont été produites par des matheux"> (visite du palais de la découverte). La dérive des programmes (même si des programmes représentent peu) en CPGE n'a pas suivi ces dernières années un mouvement moins inquiétant que celui qu'avait subi le secondaire. Les niveaux des candidats aux concours capes-agreg (à peine celui d'un L2 moyen des années 1990 (à culture et vocabulaire non significatif près) pour les candidats à l'agreg, à peine celui d'un bon élève de cinquième (à culture et vocabulaire non significatif près) des années 1980 pour un candidats au capes

Après cette longue introduction, la courte section qui suit, non exhaustive, donne une description du contenu de fond **de laquelle on a ôté toute grammaire, tout langage formel** du contenu **démonstratif** (c'est à dire rendant tout évident pour un parleur courant du langage, ie j'insiste bien, DEMONSTRATIF, c'est à dire que l'auditeur, s'il parle courant peut, prenant connaissance de ces clés, pourtant exempte d'organisation et de construction, **prouver** tout ce qui est attendu)

## 2 Liste des contenu et clés

### 2.1 Y a-t-il besoin d'axiomes?

En quelque sorte, oui et non. Formellement, le programme de la filière la moins exigeante de maths (la première STMG) donne suffisamment d'axiomes pour considérer juridiquement les annonces qui suivent comme **déduites** des admis de ce programme. Peu importe ce que ça signifie, c'est juste pour dire que cérébralement l'enfant a déjà vu affirmé ce qui va s'étaler dans la suite.

### 2.2 Axiomes-théorèmes de base

1) Toute partie bornée de IR a une borne supérieure

C'est une conséquence du fait que si $A$ est majorée alors la fonction $f$ qui envoie chaque $x$ sur if $\exists y : y > x \wedge y \in A$ then $x + 1000$ else $x - 1000$ ne peut ne pas être croissante que (programme 1ereES-STMG) si on la suppose non dérivable en au moins un nombre, or le seul tel nombre possible est la borne supérieure de $A$ puisqu'en les autres elle est non seulement dérivable mais même localement affine.

2) Toute partie non vide de IN a un minimum (cet énoncé est appelé axiome de récurrence, et souvent très mal présenté dans l'enseignement, avec une usine à gaz sur son exposition, doublée d'une usine à gaz sur la façon de l'utiliser, avec une séparation pédagogiste entre intialisation et hérédité, etc)

C'est une conséquence du fait que si $A$ n'a pas de minimum alors (toujours selon le programme de STMG-ES lycée première) la suite arithmétique $[n \mapsto \text{if } \forall p < n : p \notin A \text{ then } 0 \text{ else } 1]$ est constante nulle car arithmétique de raison nulle et premier terme nul.

3) Toute fonction continue à valeurs dans IR envoie tout intervalle inclus dans son domaine sur un intervalle (Appelé théorème de valeurs intermédiaires dès le lycée)

C'est juste en suivant que si $f(0) < 0$ et $f(1) > 0$ et $f$ continue sur $[0, 1]$, la borne supérieure de l'ensemble des $x$ tels que $\forall y \in [0, x] : f(y) < 0$ est forcément un antécédant de0 par $f$

4) L'intervalle $[0, 1]$ est compact

C'est le constat que si $S$ est un recouvrement de $[0, 1]$ par des ouverts, alors l'ensemble $\{x \in [0, 1] \mid [0, x]$ est recouvert par un nombre fini d'éléments de $S\}$ ne peut être que $[0, 1]$ lui-même car sinon il n'aurait pas de borne supérieure.

5) Toute application continue d'un compact $E$ dans un ensemble ordonné a une image direct qui contient un élément maximal

Sinon, on aurait comme recouvrement ouvert de $E$ sans sous-recouvrement fini l'ensemble des ensembles de la forme $\{x \in E \mid f(x) < f(a)\}$ quand $a$ parcourrait $E$

6) Toute application d'un compact dans IR est bornée et atteint ses bornes

C'est un cas particulier de (5) où l'ensemble ordonné est IR muni de son ordre total.

7) Toute fonction dérivable sur [0,1] avec $f(0) = f(1)$ est telle que sa dérivée donne à 0 un antécédent

C'est un cas particulier de (6) marié avec le fait que la tangente en un extremum est horizontale (au programme de toutes les classes 1ere de lycée)

8) Toute intersection décroissante d'intervalles fermés et bornés est non vide

C'est un cas particulier de (4)

9) Toute fonction continue sur $[0, 1]$ et à valeurs dans IR est uniformément continue

Supposons que pour tout $e > 0$, il existe $x, y$ à une distance $< e$ l'un de l'autre et tels que $|f(x) - f(y)| > a > 0$. En remarquant qu'on peut toujours choisir dans un intervalle, un intervalle 2/3 fois plus long (donc 1.5 fois plus court) inclus dedans dont l'oscillation est la même que celle du premier (l'oscillation de $f$ sur $J$ est la borne sup des $|f(x) - f(y)|$ quand le couple $(x, y)$ parcourt $J^2$, on peut construire une suite décroissante d'intervalles dont les diamètres tendent vers 0. L'intersection contient un point où $f$ n'est alors pas continue

10) Si toute suite d'un métrique a une valeur d'adhérence alors l'espace est compact

Soit $R$ un recouvrement ouvert. Une suite d'éléments $a_n$ vérifiant qu'aucune boule de centre $a_n$ et de rayon $1/n$ n'est incluse dans un des ouverts du recouvrement conduit à la contradiction qu'aucune valeur d'adhérence de cette suite ne peut appartenir à un des ouverts du recouvrement. Soit donc $b > 0$ telle que toute boule de rayon $b$ est incluse dans un des ouverts de R. Donc si R n'a pas de sous-recouvrement fini, il existe une suite dont les termes 2 à 2 sont à distance $> b/5000$, ce qui rend difficile (euphémisme) qu'elle ait des valeurs d'ahdérence

11) Tout compact vérifie l'hypothèse de (10)

Sinon, chaque élément appartiendrait à un ouvert dont les antécédents des éléments seraient une partie finie de IN, lesdits ouverts alors ne pouvant, pour un nombre fini d'entre eux, recouvrir tout l'espace

12) $[0, 1]^n$ est compact

Si $u$ est une suite à termes dans $\mathrm{IR}^n$ il existe toujours une suite extraite de $u$ dont chaque coordonnée est monotone (C'est un théorème célèbre général qui se prouve en 3 lignes), donc chaque coordonnée de cette suite extraite converge, donc $u$ converge (vers une valeur d'ahdérence de $u$ forcément, ce qui par (10) assure la compacité voulue

## 3 Conclusion

N'hésitez pas à e signaler des items. Encore une fois j'insiste, le but n'est pas de dire "c'est trivial", mais de dire *ce qui fait que ce n'est pas trivial pour l'individu X n'a rien à voir avec les maths, c'est juste parce qu'il ne parle pas la langue et ne connait pas la règle du jeu"*. Autrement dit, c'est uneaffaire de grammaire et d'enseignement de la grammaire mathématique. Je vous mets au défi de trouver une seule personne qui parle couramment la langage mathématique et qui ne trouve pas totalement évident ce qui précède, une fois que c'est lu (je ne parle pas de prendre le bon chemin d'office). Vous n'en trouverez pas. Imaginez comment la communauté des joueurs d'échecs serait humiliée et se ferait moquer si quand quelqu'un leur demande "<amenez-moi quelqu'un qui sait que le fou se déplace en diagonale">, elle n'avait d'autre choix que de proposer un champion de haute voltige alors qu'elle a des millions d'adhérents dans le monde.... Doit-on continuer les gens à n'être autorisé à être informés des RDJ et de la langue des maths que quand ils ont d'abord montré par eux-mêmes qu'ils pouvaient la deviner tout seuls???

contrairement à ce que certains disent, rédigés formellement, grammaire incluse, ce que je viens de lister ne triple qu'à peine. L'ajoute des définitions prend une page ce qui fait que le tout occupe 4 pages au lieu d'une. On est loin d'un manuel, d'un cours de 3 mois ou même de deux semaines, ou d'une activité qui occuperait 10 pourcents du premier cycle, loin à ... un facteur 20 près!!