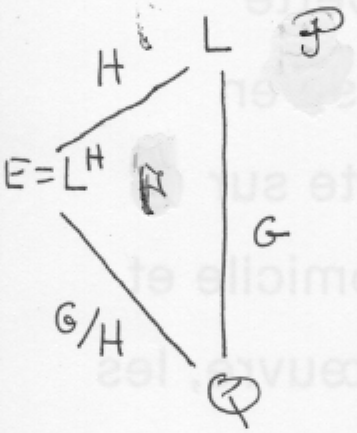
Flip-Flop question 11-09-2017



H distinguée dans G, $\mathfrak{p} = \mathfrak{P} \cap O_E$

Alors $\underbrace{D(\mathfrak{p}\,; E/\mathbb{Q})}_{\text{sous-groupe de } G/H} \equiv \underbrace{D(\mathfrak{P}\,; L/\mathbb{Q})}_{\text{sous groupe de } G} \bmod H$

ie $\boxed{\begin{array}{l} \pi\big(D(\mathfrak{P}\,; L/\mathbb{Q})\big) = D(\mathfrak{p}\,; E/\mathbb{Q}) \\ \pi : G \twoheadrightarrow G/H \end{array}}$

Justification

- si $g \in G$ vérifie $g(\mathfrak{P}) = \mathfrak{P}$; clair que la restriction de g à E vérifie $g|_E(\mathfrak{p}) = \mathfrak{p}$
- Dans le sens "difficile". Soit $\tau \in D(\mathfrak{p}\,; E/\mathbb{Q})$ que l'on prolonge n'importe comment en $g \in G$. Alors $g(\mathfrak{P})$ et $\mathfrak{P}$ sont au dessus de $\mathfrak{p}$; lemme de transitivité : il existe $h \in \underline{\underline{H}}$ tq

$$g(\mathfrak{P}) = h(\mathfrak{P})$$

donc $h^{-1}g \in D(\mathfrak{P}\,; L/\mathbb{Q})$ et s'écrit

gh' avec $h' = g^{-1}h^{-1}g \in H$ car $\underline{H \text{ distingué}}$

Et $\underset{D(\mathfrak{P}\,;\, L/\mathbb{Q})}{\underset{\Uparrow}{gh'}}$ prolonge τ car $\left|\begin{array}{l} h' \text{ est l'identité sur } E \\ g \text{ prolonge } \tau. \end{array}\right.$

■